

At. 42 : Le défi calcul : entre calcul mental et calculatrice

Christine Chambris¹, Mariam Haspekian², Isabelle Melon³, Nathalie Pasquet-Fortune³

¹ IREM de Paris et Université de Cergy-Pontoise ; christine.chambris@u-cergy.fr

² IREM de Paris et Université Paris-Descartes ; , mariam.haspekian@parisdescartes.fr

³ IREM de Paris et Académie de Paris ; isabelle.melon@ac-paris.fr, npasquet-fortune@ac-paris.fr

Résumé : Dans le cadre d'une liaison école collège, un défi calcul a été proposé. L'objectif initial était d'avoir un projet fédérateur permettant de faire se rencontrer des classes de CM et sixième. Nous avons poursuivi la réflexion autour de ce défi calcul et le dispositif a évolué vers un outil plus intégré au quotidien de la classe, permettant de réinvestir, consolider et approfondir des procédures déjà connues de calculs ou des connaissances en numération utiles pour les calculs, ainsi que d'inciter à une utilisation raisonnée de la calculatrice.

Mots clefs : calcul mental ; calculatrice ; progressivité des apprentissages

Remarque préliminaire

L'atelier au colloque, d'une durée d'1h30 a été envisagé comme un moment de formation au défi calcul. Le texte en reprend les différentes étapes, complétées ici de quelques commentaires et alternatives, ainsi que d'éléments de réflexion pour une formation au défi calcul. Il propose aussi aux participants un prolongement du travail (ou à une formation au dispositif). Ce texte vise ainsi à mettre en évidence une structure possible pour une formation au dispositif présenté. Nous alternons des temps de pratique et des temps plus théoriques. Le diaporama utilisé pour l'atelier a été mis en ligne sur le site Internet du colloque, ainsi que diverses ressources liées au dispositif (documents professeur et documents élèves).

Introduction : origine du projet et enjeux

Nous faisons partie du groupe IREM Primaire-Collège de l'IREM de Paris. Ce groupe a été constitué il y a 3 ans, en relation avec le projet CaPriCo¹—Calculatrices Primaire-Collège- (IFé) : Texas Instrument équipait 50 classes avec la nouvelle TI Primaire Plus (TIPP) et Hatier publiait les fichiers Mosaïque CM1/CM2 et 6ème/5ème (fig. 1). Ce groupe répondait aussi à la volonté de créer un groupe école-collège à l'IREM de Paris, en lien avec la création du nouveau cycle 3 (en 2014). Dès le départ, nous avons eu une réflexion incluant tout type de calculatrice et pris en compte la question générale suivante : quelles tâches sont pertinentes avec la calculatrice et permettent un enrichissement du travail et des apprentissages dans le domaine numérique ?



Figure 1 : La « calculatrice bleue » - TIPP et son fichier d'activités dédiées, « Mosaïque »

Après la mise en œuvre de plusieurs activités des fichiers Mosaïque (par exemple, apprentissage des touches spécifiques de la TIPP, activités de type *calculatrice cassée* (Caron, 2007) ou « affichages sous contraintes » (MEN, 2004, p.12)) dans les classes des membres du groupe, la nécessité de

¹ <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/equipes-associees-14-15/caprico>

réfléchir à « l'utilisation de la calculatrice à bon escient » s'est affirmée. Comment faire en sorte que les élèves apprennent à l'utiliser pour des calculs relativement complexes et à s'en passer pour des calculs qu'ils peuvent réaliser mentalement ? L'« utilisation de la calculatrice à bon escient » est donc à la fois une compétence des programmes (2008) et une nécessité sociétale.

Nous nous demandions donc comment outiller les élèves pour qu'ils progressent en calcul mental et comment faire pour qu'ils utilisent la calculatrice à bon escient. Le défi calcul proposé sur le site Léa (Nathan)² par l'un des membres de notre groupe a été une piste, donnant naissance à cet atelier.

Pratique : découverte de l'activité « Défi calcul » (15 min)

Une découverte concrète de cette activité a été mise en place auprès du public présent, muni de calculatrices (prêtées ou personnelles). Une feuille « mini-défi » comportant sept calculs a été distribuée aux participants. (fig. 2)

Calculs		Méthode choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats
1	$0,4 + 0,20 + 0,60 + 0,8$		
2	$62\,474 \times 9\,587$		
3	$564\,758 - 4\,700$		
4	$123,4 - (2,3 \times 10)$		
5	$36,1 + 36,2 + 36,3 + (7 \times 36,2)$		
6	$(102 - 27) \times 4$		
7	$390 - 356,875$		
<i>Nombre de résultats justes en calcul mental =></i>			

Figure 2 : document distribué aux participants

Phase 1 : Déterminer individuellement pour chaque énoncé s'il relève d'un calcul mental ou instrumenté en indiquant respectivement M ou C dans la deuxième colonne. . Une fois ce travail fait (le temps était limité à une minute), la feuille devait être retournée pour attendre que tout le monde soit prêt pour la deuxième phase.

Phase 2 : Nous avons laissé quelques minutes aux participants pour faire les calculs qu'ils avaient sélectionnés comme devant être réalisés à la calculatrice. Nous avons ensuite rangé les calculatrices. Les feuilles devaient être à nouveau retournées en attendant que tout le monde soit prêt pour la phase 3.

Phase 3 : Nous avons laissé quelques minutes aux participants pour réaliser les calculs mentaux.

Phase 4 : Nous avons réalisé une rapide correction en présentant successivement les différents calculs sur une diapositive et en faisant apparaître les propriétés mises en œuvre dans chacun des calculs (comme indiqué ci-après) :

- Le calcul 1 : $0,4 + 0,2 + 0,6 + 0,8$. Par des compléments à 10, réinvestis au rang des dixièmes avec les nombres décimaux, on obtient : $0,4 + 0,6 = 1$; $0,2 + 0,8 = 1$; $1 + 1 = 2$

² Nous avons découvert beaucoup plus tard que ce défi reprenait une proposition du document d'accompagnement des programmes de 2002, Utiliser les calculatrices en classe (MEN, 2004, p. 6).

- Le calcul 2 : $62\,474 \times 9\,587$. Le calcul instrumenté était le plus approprié.
- Le calcul 3 : $564\,758 - 4\,700$. Par la numération de position, en enlevant 4 milliers et 7 centaines à 4 milliers et 7 centaines, on obtient 0 aux rangs des milliers et centaines 560 058.
- Le calcul 4 : $123,4 - (2,3 \times 10)$. Ce calcul mobilise l'interprétation d'une expression comportant des parenthèses, la numération de position et la multiplication d'un décimal par 10. On obtient : $123,4 - 23 = 100,4$
- Le calcul 5 : $36,1 + 36,2 + 36,3 + (7 \times 36,2)$. Ce calcul mobilise l'interprétation d'une expression comportant des parenthèses, la reconnaissance et la transformation de termes « presque égaux » dans une addition, la transformation d'une addition itérée en multiplication et la multiplication des décimaux par 10 (cf. section suivante). Plusieurs participants n'avaient pas reconnu la multiplication par dix et avaient donc choisi la calculatrice pour cet item.
- Le calcul 6 : $(102 - 27) \times 4$. Par la conservation des écarts (l'écart entre 102 et 27 est le même que celui de 100 à 25) et l'usage des multiples de 25, on obtient : $(100 - 5) \times 4 = 75 \times 4 = 300$
- Le calcul 7 : $390 - 356,875$. Par sauts successifs mobilisant d'abord le complément à 1 de 0,875, puis un complément à une puissance de 10 combiné à la numération de position, on obtient : $356,875 + 0,125 + 3 + 30 = 390$. L'écart entre les deux nombres est : 33,125

Réflexion sur la progressivité des calculs, les enjeux d'apprentissage (10 min)

La section précédente permet de mettre en évidence les caractéristiques des calculs qui y ont été présentés. Un des problèmes qui s'est posé rapidement à nous avec ce dispositif a été de trouver un moyen pour faire progresser les élèves à la fois en calcul mental et pour repérer des calculs difficiles à effectuer à la main et. La question est alors : sur quoi la progressivité de l'apprentissage peut-elle se fonder, au cycle 3, pour ce dispositif défi calcul ?

Deux dimensions nous semblent susceptibles de la fonder. La première (pour laquelle aucun calcul n'est proposé dans les exemples ci-après) est constituée par des calculs dont les traitements sont des procédures que le cycle3 vise à automatiser. Il s'agit par exemple des multiplications et divisions des nombres entiers ou décimaux par les puissances de dix (10 ; 100 ; 0,1 ; 0,01, etc.). L'élaboration de ces techniques de calculs s'appuie sur les propriétés de la numération positionnelle : multiplier par 100 (resp. 0,01) c'est rendre des chaque ordre d'unité cent fois plus grand (resp. plus petit), et notamment transformer les unités simples en centaines (resp. en centièmes). De tels calculs peuvent être programmés dans le défi avant, pendant, après la phase de construction de ces connaissances. Le but est alors principalement d'aider les élèves à reconnaître et utiliser ce qu'ils sont en train d'apprendre.

La deuxième dimension, essentielle dans ce dispositif et dont relèvent tous les exemples proposés ci-après, est que calculer mentalement par exemple $36,1 + 36,2 + 36,3 + (7 \times 36,2)$ suppose de mobiliser plusieurs propriétés. L'enjeu du cycle 3 est en effet le rebrassage de propriétés élémentaires dans des calculs qui deviennent, de fait, complexes.

Pour identifier une technique de calcul mental pour l'expression $36,1 + 36,2 + 36,3 + (7 \times 36,2)$, il faut analyser sa structure de façon approfondie et y voir des calculs intermédiaires, simples à effectuer, qui finalement permettront le calcul de l'expression complète. Il faut voir que le nombre 36,2 est presque répété 10 fois (7 fois dans $36,2$ et presque 3 fois dans $36,1+36,2+36,3$). C'est la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition (ou l'addition itérée) qui permet de transformer $36,2+36,2+36,2+(7 \times 36,2)$ en $10 \times 36,2$. Ceci n'est fondamentalement intéressant que si on sait calculer $36,2 \times 10$. Pour finir, il faut reconnaître que $36,1+36,2+36,3$ peut se transformer en

$36,2+36,2+36,2$ grâce à une compensation (liée à la commutation –commutativité de l'addition- des termes et à la propriété d'associativité de l'addition), par exemple :

$$36,1+36,2+36,3=36,1+36,3+36,2=36,1+(0,1+36,2)+36,2=(36,1+0,1)+36,2+36,2=36,2+36,2+36,2$$

Cette activité « Défi calcul » (la deuxième dimension) apprend ainsi à anticiper les transformations dans le but d'effectuer des calculs « simples ». C'est très important sur le plan du calcul mental, et de son apprentissage. De plus, cette compétence sera utile en mathématiques par la suite notamment en algèbre où observer les structures des expressions avant de se lancer dans les calculs algébriques sera très important.

Pour soutenir ces apprentissages et le travail de l'enseignant, il est apparu nécessaire de créer une banque de calculs organisée en fonction des propriétés sous-jacentes. Elles doivent faciliter la mise en place des séances dans une progressivité des calculs. Dans cette banque de calculs, le professeur trouve ainsi des calculs où les propriétés apparaissent isolées ($31+32+33$) ou plus ou moins imbriquées ($31 + 32 + 33 + (32 \times 7)$).

Pratique : analyse d'exemples de calculs (10 min)

Dans un troisième temps, nous avons proposé aux participants une série de calculs, notamment :
 $300\ 900 - 256\ 875$ $23+24+25$ 3×15 $45\ 212 - (52 \times 100)$ $40+20+60+80+1000$ 24×50
 $78+37+59+22+63$ $600\ 700 - 188\ 677$ $7+4+3+8+300+6+2$ $150+(2 \times 75)$ $500:25$ 6×15 .

Nous leur avons demandé de les associer aux critères et propriétés que nous avons identifiés précédemment. Pour faire la synthèse de cette tâche, nous avons présenté les différents calculs dans la « banque » de calculs que nous avons conçue. (fig. 3)

Compléments à 10, à 100	Position (soustraction)	Structures, propriétés algébriques	Multiplication / division	Fractions	
$7+4+3+8+300+6+2$	562 358 - 2 300	Parenthèses	Multiplication, division par 25, 15, 50 (basique)	Division par 4, 25	1/2+1/2
$70+30$		$3 \pm (2 \times 4)$	3×15	$500 : 25$	1-1/4
$40+20+60+80$	562 548 - 51 226	$(3+2) \times 4$	2×75	$56 : 4$	$3 \times 1/4$
$40+20+60+80+1000$		$10 \pm (2 \times 10)$			$3 \times 1/3$
	15 563 - 8 263		Multiplication - associativité, distributivité	Multiplication et structures	
$45+25+55+75$		Additions itérées	16×25	$100 \times (2+37)$	
$78+37+22+63$			24×50	$150 \pm (2 \times 75)$	
$78+37+22+63+17$			104×25		
$78+37+59+22+63$	Propriétés algébriques et position	Additions itérées et propriétés algébriques	6×15		
	$45\ 212 - (52 \times 100)$	$29+30+31$	75×3		
$240+120+360+480$	$1\ 234 - (23 \times 10)$	$93+100+107$	15×75		
$24+12+36+48$	$1\ 275 - (25 \times 3)$	$98+100+102$	20×75		
	$1753 - (25 \times 30)$	$23+24+25 \pm (7 \times 24)$	60×75		
$600 - 256$	$6\ 666 - (15 \times 40)$	$23+24+25$			
$700 - 307$	$*(378 \times 7) \pm (378 \times 3)$	$825-826-827$			
$800 - 243$	$45\ 212 - (52 \times 10)$ distributivité				
Compléments à 100, combinés à la position					
$300\ 900 - 256\ 875$					
$600\ 700 - 188\ 677$					

Figure 3 : La banque de calcul et les calculs proposés.

Replacer le défi dans le contexte d'enseignement actuel du calcul (10 min)

L'« intelligence du calcul » : un cadre théorique pour l'enseignement du calcul

Faire aimer les mathématiques, c'est aussi faire aimer ce calcul sans lequel elles n'existeraient pas, sans lequel elles seraient impuissantes. Pour cela un équilibre doit être trouvé dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul entre automatisation et raison, ses deux facettes indissociables. (Artigue, 2005)

A l'école primaire, trois formes de calcul sont enseignées : le calcul mental (exact, automatisé, approché), le calcul posé et le calcul instrumenté. Les programmes du cycle 3 du B.O. n°11 du 26 novembre 2015 précisent que ces formes « sont à construire en interaction. (...) Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres ». Il ne s'agit donc pas d'opposer les formes de calculs mais de les envisager dans leurs spécificités et leurs complémentarités.

Bien que le terme intelligence de calcul n'apparaisse pas littéralement dans ces nouveaux programmes, il semble bien qu'il en soit question à propos de l'enseignement du calcul mental qui vise

prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations en jeu dans les calculs.(p. 200)

La notion d'intelligence du calcul apparaît dans le rapport Kahane (2002)³.

[L]a reconnaissance de formes, la recherche d'analogies, mais aussi le jeu sur les variations possibles, le sens des ordres de grandeur, le sens des expressions manipulées (...) jouent un rôle clé dans ce pilotage raisonné que l'on désignera globalement comme « intelligence du calcul ».

Développer cette intelligence du calcul qui seule permet de faire face aux situations non routinières, se doit d'être une ambition majeure de l'enseignement du calcul, quels que soient les objets sur lesquels il porte. (p. 6)

Ce rapport insiste sur la place du calcul dans les apprentissages mathématiques afin de dépasser les représentations sociales qui tendent à restreindre le calcul à la production de résultats utiles dans un contexte de vie quotidienne.

Pour l'enseignant, développer cette intelligence s'impose comme l'objectif central de la mise en œuvre des apprentissages numériques. Il lui est donc indispensable de cerner les compétences mathématiques en jeu dans les types de calcul afin de guider au mieux ses élèves dans leur « pilotage raisonné » des calculs. En particulier, les activités de calcul mettent assurément en jeu des habiletés intellectuelles diverses qu'il convient de faire émerger et de développer lors des apprentissages.

En quoi le défi calcul contribue-t-il au développement de l'intelligence du calcul ?

Selon la définition ci-dessus, le défi calcul sollicite plusieurs composantes indispensables au pilotage raisonné du calcul :

³ Dans le cadre de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques présidée par J.-P. Kahane, Michèle Artigue a dirigé le rapport sur le calcul.

- la reconnaissance de formes de calcul, ici, mental ou instrumenté qui incite l'élève à bien observer le calcul pour faire un choix
- la recherche d'analogies qui s'appuie sur la reconnaissance de structures de base mémorisées
- le jeu sur les variations possibles des procédures de calcul (ex : calcul de soustraction, par comptage en avant, conservation des écarts....)
- le sens des expressions manipulées : interprétation pertinente des signes en terme de structure des expressions et des nombres
- le sens des ordres de grandeur n'est pas abordé, ni travaillé spécifiquement dans le dispositif, ce qui n'exclut en aucun cas que les élèves y aient recours.

Il s'agit de développer une approche réflexive du calcul, « un pilotage raisonné », qui implique :

- de faire des choix,
- de développer des stratégies et des méthodes,
- de les mettre en œuvre
- d'organiser et gérer son calcul.

Cette approche réflexive nécessite, selon Butlen et al. (2012), des « adaptations » (p.36) (voir aussi Robert et al., 2002), c'est à dire des prises de décisions. Ces dernières reposent, mobilisent, développent des connaissances sur les nombres et les propriétés des opérations.

Deux membres du groupe IREM ont ensuite témoigné de leurs mises en œuvre du défi calcul en classe.

Mise en œuvre du dispositif dans une classe de CM1 (10 min)

L'enseignante a choisi d'organiser ce défi en deux temps bien distincts :

- 1 - des séances préparatoires planifiées sur plusieurs semaines
- 2 - le jour « officiel » du défi, au sein d'une classe ou dans le cadre d'une rencontre inter-classes.

Deux sessions de défi sont programmées dans l'année scolaire, permettant ainsi l'intégration progressive des connaissances nouvelles dans les calculs en jeu, par exemple, les nombres entiers en première partie de l'année de CM1, les nombres décimaux en deuxième partie.

Le dispositif global

1) Présentation du défi calcul aux élèves

Le défi calcul sollicite plusieurs composantes indispensables au pilotage raisonné du calcul :

- une rencontre interclasse à une date fixée (les équipes de 2 ou 3 seront mixtes, c'est l'occasion de créer des liens entre les élèves des 2 classes)
- 30 calculs à faire en un temps limité donnés à chaque équipe
- soit mentalement, soit à la calculatrice
- prise de connaissance du barème :
 - **+4 pts** pour un résultat en calcul mental juste,
 - **+2 pts** pour un calcul instrumenté juste
 - **0 pt** pour une absence de réponse
 - **-1 pt** pour un résultat faux ou un conflit dans le groupe.

Le choix du barème est explicité auprès des élèves : il les incite à choisir prioritairement le calcul mental pour éviter qu'ils aient recours systématiquement à la calculatrice.

⇒ « Il faut donc s'entraîner ! »

2) Mise en œuvre d'un entraînement ritualisé (2 séances par semaine sur 6 ou 7 semaines)3) La rencontre avec l'autre classe**Les enjeux des séances d'entraînement**

Enjeu motivant du point de vue de l'élève : Se préparer pour le jour du défi.

Enjeux pour l'enseignant :

- Faire de ces moments d'entraînement:
 - un rituel, pour créer un cadre rassurant pour l'élève (mise en œuvre et consignes récurrentes, supports et matériels identiques)
 - un véritable moment de réflexion sur le calcul, objet d'observation et d'interrogation
- Faire prendre conscience aux élèves
 - de l'étendue de leurs compétences numériques
 - qu'elles sont mobilisables simultanément, à bon escient
 - de l'intérêt de maîtriser des connaissances mémorisées, automatisées

Ces entraînements ritualisés sont des temps de réinvestissement, de consolidation, de remédiation, d'approfondissement durant lesquels l'élève est amené à rebrasser ses connaissances antérieures et à les mettre en réseau. On l'amène à prendre conscience de l'intérêt de disposer de structures mémorisées et automatisées.

Description des séances d'entraînement

Durée : 15 min / 20 min

Matériel : - 2 stylos (bleu, vert) + 1 calculatrice
- 1 fiche « entraînement » par élève

Travail individuel en 6 étapes

- 1- distribution de la fiche à chaque élève face cachée sur la table
- 2- découverte / temps d'observation des calculs pour choisir le mode « calcul mental » ou « calculatrice » (2^{ème} colonne)
- 3- Effectuation des calculs à la calculatrice / résultats notés au stylo vert
- 4- Rangement des calculatrices et des stylos verts
- 5- Effectuation des calculs mentalement / résultats notés au stylo bleu. (Le changement de couleur de stylo marque pour l'élève le changement de forme de calcul et permet à posteriori à l'enseignant de vérifier que l'élève a bien respecté son choix initial de mode de calcul.)
- 6- Signal de fin
 - ⇒ L'enseignant indique le début et la fin de chaque étape
 - ⇒ La feuille est retournée face cachée à la fin de chaque étape

Mise en commun

Les 4 calculs sont écrits au tableau (fig. 4) puis pour chacun :

- 1- sondage pour connaître le choix de forme de calcul de chaque élève
- 2- collecte des différentes propositions de résultats
- 3- collecte des procédures des élèves
- 4- discussion sur la pertinence du choix de la forme de calcul
- 5- évaluation de l'efficacité des procédures selon 2 critères : fiabilité et rapidité

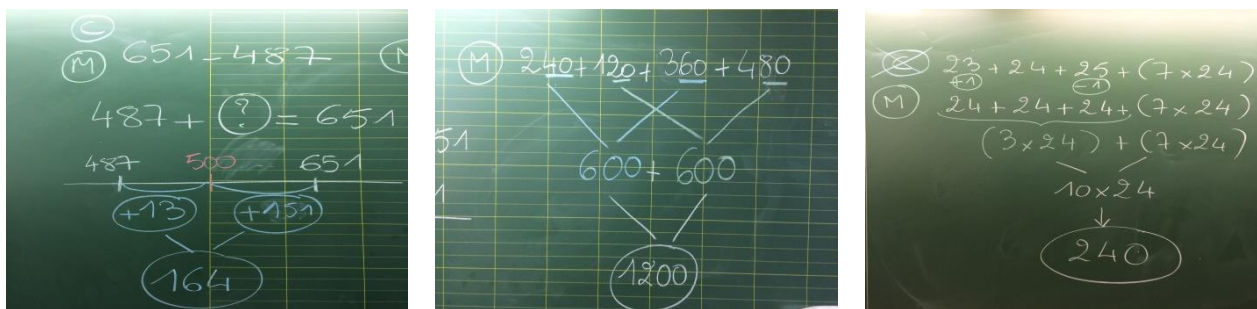


Figure 4 : Des traces de mises en commun (procédures proposées par des élèves de CM1)

Mise en œuvre du dispositif dans une classe de CE2 (10 min)

L'enseignante a choisi d'organiser ce défi en trois temps bien distincts :

- 1- des séances d'assimilation progressive de nouvelles connaissances dans le cadre des séances d'entraînement quotidiennes ;
- 2- l'élaboration de fiches « correction » qui expliquent les démarches à adopter pour résoudre les défis proposés.
- 3- la rédaction de défis pour d'autres classes.

Le dispositif global

1) Présentation de l'enjeu aux élèves : obtenir un diplôme de calcul mental

Les élèves sont très motivés par la possible acquisition d'un diplôme « fort.e en calcul mental ». (fig. 5)

2) Entraînements quotidiens

Cinq calculs sont à faire en un temps limité sous la forme d'un entraînement ritualisé, avec différentes étapes.

3) Moments de synthèse hebdomadaires

Description des séances d'entraînement quotidiennes

Durée : 10 à 15 min

Matériel : - 1 fiche entraînement par binôme ou par élève
- 3 stylos (noir, bleu et vert pour la correction)
- 1 calculatrice

La fiche « entraînement » comporte 5 calculs. Ces calculs sont à réaliser :

- mentalement ou à l'aide d'une calculatrice ;
- en binôme (fig.6), ou individuellement (si l'élève s'en sent capable).

Travail en 8 étapes

1 - La fiche est donnée face cachée aux élèves.

2 - Les élèves disposent de 1 min 30 s au départ, puis de moins en moins de temps, jusqu'à arriver à seulement 1 min pour observer les calculs qui sont à effectuer et indiquer, dans la 2^{ème} colonne, s'ils souhaitent réaliser un calcul mental (CM) ou faire usage d'une calculatrice (CI pour



Figure 5 : Le diplôme

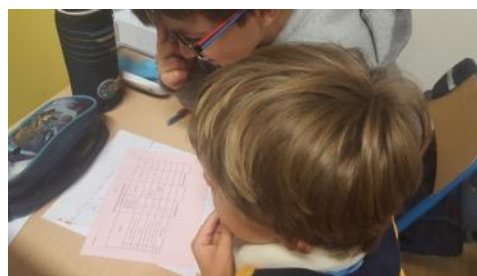


Figure 6 : Un binôme

« calcul instrumenté »). Ils retournent ensuite la feuille en attendant que tout le monde soit prêt pour la suite.

3 - Les élèves disposent de 3 min maximum pour prendre leur stylo noir, effectuer tous les calculs qu'ils souhaitent réaliser mentalement et remplir les cases correspondantes de la troisième colonne. Ils retournent à nouveau leur feuille pour attendre leurs camarades. Une fois le temps écoulé, la feuille est retournée ; le stylo bleu et la calculatrice sont rangés.

4 - Les élèves disposent de 2 min maximum pour utiliser leur stylo bleu et leur calculatrice afin de remplir les dernières cases de la troisième colonne.

5 - Une correction collective est faite. Chacun exprime et explique sa manière de procéder pour calculer mentalement. Les différentes propositions et procédures sont collectées. Il apparaît alors des démarches qui peuvent varier d'un calcul à l'autre (associativités...). Un débat argumenté s'ouvre autour des démarches utilisées et celles qui semblent les plus efficaces pour certains élèves. L'évaluation de l'efficacité des procédures est faite selon deux critères : la fiabilité et la rapidité du calcul.

6 - Les élèves comptent les points obtenus. Le barème favorise le calcul mental :

- **+4 pts** pour un résultat en calcul mental juste,
- **+2 pts** pour un calcul instrumenté juste
- **- 2 pts** pour une absence de réponse, un résultat faux ou un conflit dans le groupe.

Par exemple, sur la fiche de droite (fig. 7), l'élève a réalisé mentalement 4 calculs (stylo noir + CM) et un calcul instrumenté (stylo bleu et CI). Tous les résultats sont corrects. Chaque calcul mental lui remportera 4 points et le calcul instrumenté 1 point. Il a donc 17 points.

Calculs	Choix de la procédure: calculatrice ou calcul mental	Résultat	Correction	points
1. $8 + 8 + 8 =$	CM	33	32	-2
2. $1\ 000 + 34\ 678 =$	CM	35 678	35	+2
3. $25 \times 4 =$	CI	100		+2
4. $333 \times 3 =$	CI	999		+2
5. $87 + 100 + 109 =$	CM	300	296	+4
Résultats justes :			4	Total des points :

Calculs	Choix de la procédure: calculatrice ou calcul mental	Résultat	Correction	points
1. $4 + (5 \times 2) =$	CM	14		4
2. $25 + 25 + 25 + 25 =$	CM	100		4
3. $75 \times 2 =$	CM	150		4
4. $435\ 674 - 5\ 070 =$	CI	430 604		1
5. $200 + 543\ 654 =$	CM	543 854		4
Résultats justes :			5	Total des points :

Figure 7 : Deux fiches après correction

7 - Les élèves passent à la rédaction en groupes de la correction de chacun des calculs sous forme de petites affiches explicatives (un groupe par calcul). Il s'agit de réaliser une affiche qui permette de comprendre au premier coup d'œil comment le calcul peut être réalisé. Ceci permet de garder la trace des stratégies de calcul. (fig. 8)

8 - Les élèves inscrivent leurs résultats sur un graphique qui leur permet de constater leurs progrès. (fig. 9)

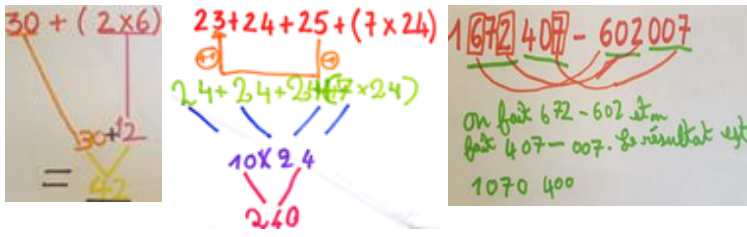


Figure 8 : La trace des stratégies de calcul

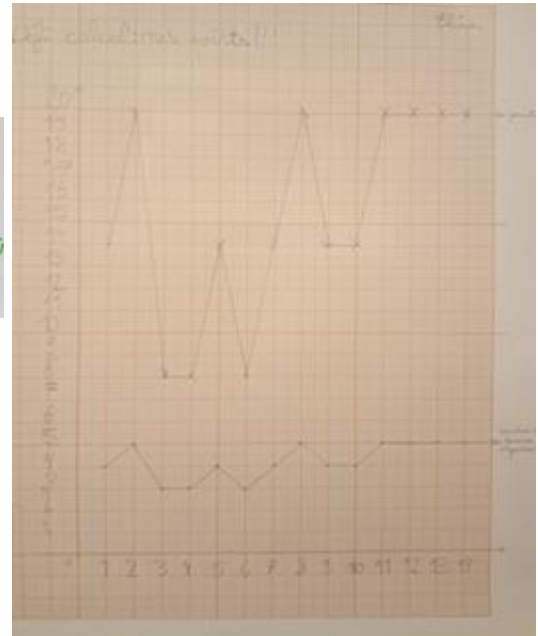
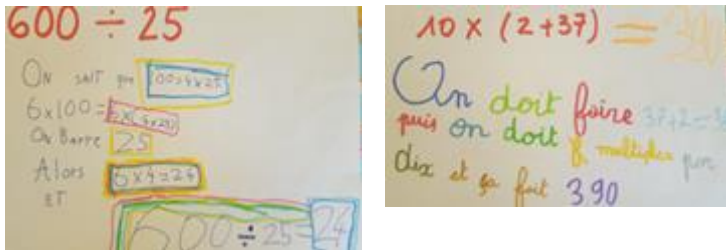


Figure 9 : Le graphique d'un élève



Moments de synthèse hebdomadaires : Classification et élaboration de calculs

Une fois par semaine, les élèves font une classification des affiches selon les caractéristiques ou les propriétés des calculs à effectuer. Ce temps permet de faire une synthèse sur les propriétés et les techniques de calcul rencontrées. (fig. 10)



Figure 10 : Classifier les calculs

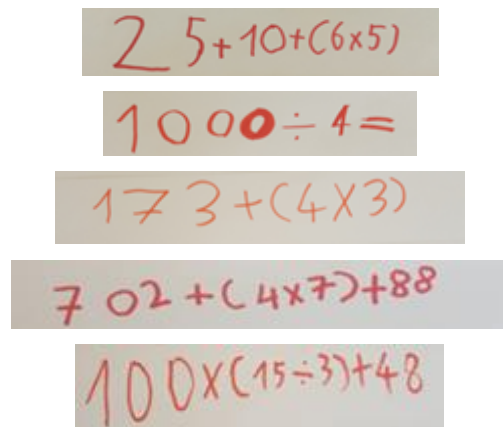


Figure 11 : 5 calculs élaborés par les élèves

Le même jour, ils rédigent des calculs qu'ils vont envoyer à d'autres classes / d'autres élèves de la classe et préparent la correction des calculs proposés sur une affiche (fig. 11). Cet exercice leur plaît particulièrement car ils aiment défier et piéger leurs camarades. La seule contrainte : savoir soi-même effectuer l'opération ! Ce temps a aussi une fonction d'évaluation formative.

Quelques pistes complémentaires et un prolongement

Au cours de la préparation de cet atelier, nous avons également envisagé de faire un tour de table introductif en demandant aux participants leurs difficultés éventuelles liées au calcul mental et à la numération dans leurs formations et/ou classes. Dans la mesure où ce dispositif a eu une certaine diffusion, nous avons aussi envisagé de faire parler les participants sur leurs propres expériences éventuelles autour de ce dispositif, en fin d'atelier.

Pour terminer ce texte, nous souhaiterions insister un aspect essentiel de notre travail. En effet, au fil des années, plusieurs collègues du groupe IREM ont mis en place des rencontres inter-classes, notamment école collège, sur la base du défi-calcul. La possibilité de ritualiser le dispositif pour en faire un moyen d'apprentissage du calcul mental et la nécessité, pour ce faire, de disposer d'une ressource pour les enseignants est apparue progressivement.

Afin de commencer à constituer une telle ressource, nous avons identifié de premières variables sur lesquelles on peut jouer pour choisir (ou élaborer) les calculs et commencé à constituer des séries de calculs prenant en compte ces variables. Notre banque de calculs est constituée par des séries de calculs liés à ces variables et elle met ces variables en évidence. Elle est organisée en prenant en compte une certaine progressivité pour chaque variable. Ce travail nous semble pouvoir et devoir être poursuivi sur deux plans : d'une part l'identification de variables supplémentaires, d'autre part l'élaboration de séries de calculs.

Nous invitons les collègues intéressés pour poursuivre ce travail à nous contacter via le site de l'IREM de Paris (groupe IREM Primaire-Collège). Bien sûr un tel travail peut aussi être organisé, localement, dans le cadre de formations au défi.

Merci aux autres membres, présents et passés, de notre groupe : C. Adjerad, M. Audoly, V. Celi, N. Glachant et C. Prouteau et à ceux qui ont favorisé la rencontre : G. Aubert et F. Vandebrouck.

Références citées et bibliographie complémentaire

Artigue M. (2005). L'intelligence du calcul. *Actes de l'Université d'été de Saint-Flour. Le calcul sous toutes ses formes*. En ligne : <https://gpc-maths.org/data/documents/artiguecalcul.pdf>

Butlen D., Masselot P. (2010). Dialectique entre sens et techniques, l'exemple du calcul mental. In J.-L. Durpaire et M. Mégard (Coord.) *Le nombre au cycle 2*. (pp. 11-22). CRDP Orléans-Tours. En ligne : http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

Butlen D., Masselot P. (2012). Calcul et conceptualisation. In J.-L. Durpaire et M. Mégard (Coord.) *Le nombre au cycle 3*. (pp. 31-50). CNDP (Futuroscope). En ligne : http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf

Caron, F. (2007). Au cœur de « la calculatrice défectueuse » : un virus qu'on souhaiterait contagieux! *Petit x*, 73, 71-82.

Kahane J.-P. (dir.) (2002). Rapport d'étape sur le calcul. Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. En ligne : https://www.pedagogie.ac-aix-marseille.fr/jcms/c_75043/fr/commission-kahane

MEN (2004). Utiliser les calculatrices en classe. Document d'accompagnement aux programmes de 2002. En ligne : http://www4.ac-nancy-metz.fr/ien57yutz/IMG/pdf/Utiliser_les_calculatrices_en_classe.pdf

Programmes d'enseignement de l'école primaire, *Bulletin officiel, Hors-série n°3 du 19 juin 2008*, MEN-DEGESCO

Robert A., Rogalski M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématique des élèves sur des exercices - le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe, *Petit x*, 60, 6-25.

Le calcul aux cycles 2 et 3. *Ressource thématique associée aux programmes*. Mars 2016. En ligne : http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/28/1/RA16_C2C3_MATH_math_calc_c2c3_N.D_609281.pdf