

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

IREM de POITIERS
Journées Nationales de l'APMEP

Lundi 22 octobre 2018





Plan de l'atelier

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

- apéritif : Quizz sur le hasard
- plat principal : Un parcours sur les probas
- dessert : Discussions

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions



I. Quiz Hasard

apéritif : Le petit quiz du grand joueur

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS
- III. Discussions



"Nul vainqueur ne croit au hasard" Nietzsche.



I. Quiz Hasard

Le petit quiz du grand joueur : Question 1

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Question 1 :

Chaque année, quel est le montant global des sommes jouées par les Français aux jeux de grattage et tirage de la FDJ, du PMU et des casinos ?

Environ

A : 6 milliards d'euros

B : 12 milliards d'euros

C : 24 milliards d'euros

D : 48 milliards d'euros



I. Quiz Hasard

Le petit quiz du grand joueur : Question 2

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Question 2 :

Au Loto, quel pourcentage des sommes jouées, déduction faite des prélèvements de l'Etat et de la FDJ, est effectivement reversé aux gagnants ? Environ

A : 80 %

B : 70 %

C : 60 %

D : 50 %



I. Quiz Hasard

Le petit quiz du grand joueur : Question 3

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Question 3 :

Parmi les moyens de faire fortune, d'après les sondages, quel pourcentage des français compterait sur la chance ou sur les jeux de hasard ?

A : 5 %

B : 10 %

C : 15 %

D : 20 %



I. Quiz Hasard

Le petit quiz du grand joueur : Question 4

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours
Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Question 4 :

Vous êtes l'heureux gagnant d'un concours et, à ce titre, il vous est donné le choix entre :

A : recevoir immédiatement une somme de 50 millions d'euros

B : être le bénéficiaire, pendant un mois (31 jours), de versements progressifs doublant chaque jour, soit 1 euro le premier jour, 2 euros le second, 4 euros le troisième, etc.

Quelle est la solution la plus avantageuse ? A ou B ?



I. Quiz Hasard

Le petit quiz du grand joueur : Question 5

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Question 5 :

Les gros joueurs, disposant d'un très gros capital, sont pratiquement sûrs de gagner à la Roulette en appliquant certaines martingales sophistiquées :

A : vrai

B : faux

C : vrai uniquement à la Roulette française
(où il n'y a qu'un seul zéro)

D : vrai uniquement à la Roulette française
(en jouant pair ou impair)



I. Quiz Hasard

Le petit quiz du grand joueur : Question 6

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Question 6 :

Dans quelques instants, dans cette salle, 25 tickets de la FDJ vont être grattés. Combien seront gagnants ?

A : 2, 3 ou 4

B : 5,6 ou 7

C : 8,9 ou 10

D : autre réponse
(préciser)



I. Quiz Hasard

apéritif : Le petit quiz du grand joueur

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions



"100% des perdants ont tenté leur chance" Riblet.



I. Quiz Hasard

apéritif : Le petit quiz du grand joueur

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

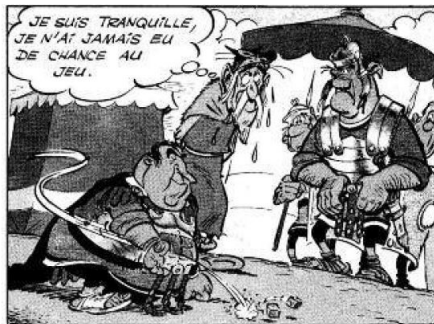
Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions



"En quoi les mathématiques peuvent-elles nous aider à y comprendre quelque chose de plus" Parnaudeau.



II Parcours et but de notre travail à l'IREM

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

- Autre façon d'enseigner inspirée des travaux d'Yves Chevallard
- Inciter les élèves à se poser des questions
- Montrer en quoi les connaissances enseignées sont utiles pour y répondre

⇒ Organiser une progression à partir de « parcours »



II Construction d'un parcours

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

- ▶ Basé sur une question (sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
- ▶ **Plan d'un parcours :**
 - Enquête
 - Des études de recherches
 - Des synthèses
 - Des exercices
 - Un retour sur la question initiale



II Quelques exemples de parcours

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

1. Comment parler du climat ? (2^{nde})
statistiques et fonctions
2. Comment fonctionnent les miroirs de la station de radioastronomie de Nançay ? (1S)
géométrie analytique et fonctions
3. Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ ? (1ère)
statistiques et probabilités
4. Comment fonctionne l'application pour smart-phone Shazam ? (TS)
fonctions trigonométriques



II Un parcours sur les probas

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ ?

Parcours expérimenté

- en 1S (en approfondissant le travail sur le dénombrement),
- en 1ES
- en 1 STMG (en privilégiant l'usage du tableur)



II Un parcours sur les probas

plan

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

- Enquête des élèves/introduction
Recherches/vidéo/questionnaire
- Étude 1 : *Astro vs Fétiche*
Travail sur l'espérance
- Étude 2 : *Le jeu de la Boule*
Travail sur la loi binomiale
- Étude 3 : *Hasard ou pas*
Travail sur l'échantillonnage



II Un parcours sur les probas

enquête

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
**Parcours
PROBAS**

III. Discussions

Calcul mental sans réfléchir ! Cinq questions (50 secondes) :

« Choisir au hasard »

- 1) un nombre (entier) entre 1 et 10.
- 2) une voyelle.
- 3) une couleur.
- 4) une année du 20ème siècle.
- 5) pile ou face.



II Un parcours sur les probas

enquête

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples

Parcours
PROBAS

III. Discussions

Entiers de 1 à 10

issue	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
effectif	1	5	1	3	4	3	3	3	3	2	
freq		3,6%	17,9%	3,6%	10,7%	14,3%	10,7%	10,7%	10,7%	7,1%	

total

28

Voyelles

issue	a	e	i	o	u	y	tot
effectif	13	2	1	5	1	6	28
freq	46,4%	7,1%	3,6%	17,9%	3,6%	21,4%	

Pile ou Face

issue	Pile	Face	tot
effectif	16	12	28
freq	57,1%	42,9%	

Couleur

issue	Bleu	Jaune	Rouge	Vert	Noir	Violet	Cyan	Rose	Marron	
effectif	5	3	10	4	2	1	1	1	1	
freq	17,9%	10,7%	35,7%	14,3%	7,1%	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	

total

28

Années Xxeme

issue	1901	...	1914	...	1942	...	1972	...	1997	...	2000
effectif	1		2		2		3		2		0

Rq : 1780 et 2009 sont cités une fois

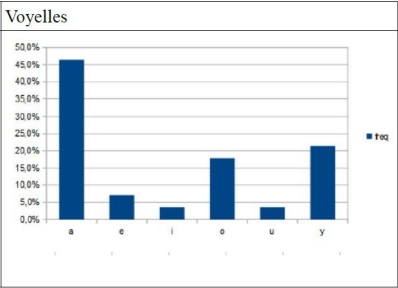
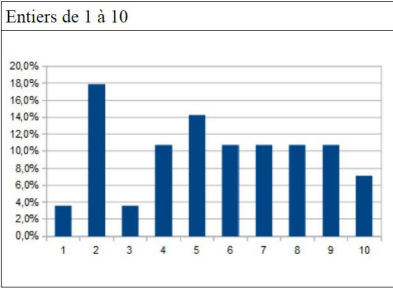


Un parcours sur les probas enquête

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours PROBAS
- III. Discussions



Ces répartitions sont-elles vraiment dues au hasard ?



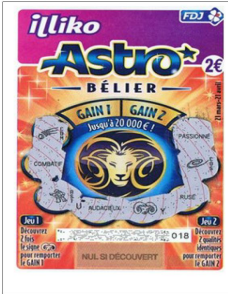
II Un parcours sur les probas

étude 1

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction Exemples
 - Parcours PROBAS
- III. Discussions



Emission N°01 du code jeu 513

La participation à ce jeu implique l'adhésion à son règlement publié au Journal Officiel, disponible auprès de La Française des Jeux, et qui peut être consulté auprès des détaillants et sur fdj.fr

Tableau de lots : sur 1 500 000 tickets : 268 000 lots de 2€, 117 000 lots de 4€, 82 000 lots de 8€, 13 000 lots de 18€, 700 lots de 50€, 20 lots de 150€, 4 lots de 2 000€ et 2 lots de 20 000€. Au moment de votre achat, certains lots ou certaines catégories de lots ont peut-être déjà été remportés.

Paiement des gains : jusqu'à 200€ inclus dans les points de vente commercialisant l'offre "grattage" de La Française des Jeux ; au-delà dans un centre de paiement de La Française des Jeux.

Date limite de paiement et de réclamation : 30 jours à compter de la date indiquée dans l'avis de clôture de la présente émission, publié au Journal Officiel et disponible sur fdj.fr



Emission 01 du code jeu 490

La participation à ce jeu implique l'adhésion à son règlement publié au Journal Officiel, disponible auprès de La Française des Jeux, et qui peut être consulté auprès des détaillants et sur fdj.fr

Tableau de lots : sur 360 000 tickets : 39 000 lots de 1€, 30 000 lots de 2€, 9 360 lots de 6€, 1 690 lots de 10€, 720 lots de 50€, 118 lots de 100€ et 7 lots de 1 000€. Au moment de votre achat, certains lots ou certaines catégories de lots ont peut-être déjà été remportés.

Paiement des gains : jusqu'à 200€ inclus dans les points de vente commercialisant l'offre "grattage" de La Française des Jeux ; au-delà dans un centre de paiement de La Française des Jeux.

Date limite de paiement et de réclamation : 30 jours à compter de la date indiquée dans l'avis de clôture de la présente émission, publié au Journal Officiel et disponible sur fdj.fr



II Un parcours sur les probas

étude 1

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

J'ai acheté deux tickets il y a quelques années, un *Astro* et un *Fétiche*. Valait-il mieux jouer alors à l'*Astro* ou au *Fétiche*? Et maintenant?

Guide (facultatif)

- 0) Pourquoi considère-t-on que ces jeux sont des jeux de hasard?
- 1) Quelle est la probabilité d'acheter un ticket perdant à l'*Astro*?
- 2) Quelle est la probabilité d'acheter un ticket gagnant au *Fétiche*?
- 3) Donner la loi de probabilité des gains pour chaque jeu.
- 4) Quel serait le gain moyen par ticket si on achetait tous les tickets?
- 5) Dans quel jeu la dispersion des gains est-elle la plus forte?
- 6) Conclure.



II Un parcours sur les probas

étude 1

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS
- III. Discussions

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Gain	X									
2	Proba	P(X)									
3	nombre de lots										
4	ASTRO	(2euros le ticket)									
5	0,00 €										
6	espérance										
7											
8	Gain	X									
9	Proba	P(X)									
10	nombre de lots										
11	FETICHE	(1euro le ticket)									
12	0,00 €										
13	espérance										
14											
15											
16											

Règles du Jeu Tableau des gains Visuels

▼ Pour 4 500 000 unités de jeu

Nombre de lots	Gain en euros
4	20 000 euros
9	1 000 euros
415	200 euros
2 112	30 euros
44 992	18 euros
225 008	8 euros
450 008	4 euros
647 544	2 euros
1 370 092	

Règles du Jeu Tableau des gains Visuels

▼ Pour 1 500 000 unités de jeu

Nombre de lots	Gains en euros	1 chance sur ...
3	1 000 euros	500 000
50	100 euros	30 000
150	25 euros	10 000
800	15 euros	1 875
22 000	10 euros	68
54 680	4 euros	27,4
157 500	2 euros	9,5
190 050	1 euro	7,9
425 233		3,53



II Un parcours sur les probas

étude 2

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours PROBAS
- III. Discussions

Numéro plein

Si le numéro misé sort, le joueur gagne 7 fois la mise sinon la mise est perdue.



Chance simple

Il est possible de miser rouge, noir, manque, passe, pair ou impair.

- Les chiffres 1, 3, 7, 9 sont impairs.
- Les chiffres 2, 4, 6, 8 sont pairs.
- Les chiffres 1, 3, 6, 8 sont noirs.
- Les chiffres 2, 4, 7, 9 sont rouges.
- Les chiffres 1, 2, 3, 4 sont manques.
- Les chiffres 6, 7, 8, 9 sont passes.

Le chiffre 5 n'est ni pair, ni impair, ni manque, ni passe, ni rouge, ni noir.

Si le 5 sort, la mise jouée sur une chance simple perd.

Si la chance simple miseée sort, le joueur gagne une fois la mise, sinon la mise est perdue.



II Un parcours sur les probas

étude 2

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Le jeu de la boule est un jeu de casino similaire à celui de la roulette, mais avec les chiffres de 1 à 9. Il n'y a que deux types de mises : Chance simple (sur quatre numéros) ou Numéro plein (sur un seul numéro).

« J'ai dix euros pour jouer, vaut-il mieux que je mise une fois dix euros, ou bien dix fois un euro ? »

Guide(facultatif) : pour chaque type de mise (Simple et Plein)

- 1) Je joue une fois 1 euro. Donner la loi de probabilité des gains(sans compter la mise) ainsi que l'espérance et l'écart type.
- 2) Je joue deux fois de suite 1 euro. Quelle est la probabilité que je gagne au moins une fois ? Donner la loi de probabilité des gains, ainsi que l'espérance et l'écart type.
- 3) Je joue trois fois de suite 1 euro. Même question.
- 4) Je joue dix fois de suite 1 euro. Même question.
- 5) Conclure : que me conseillez - vous ?



II Un parcours sur les probas

étude 2

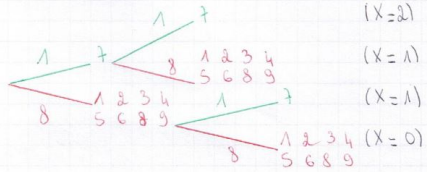
Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

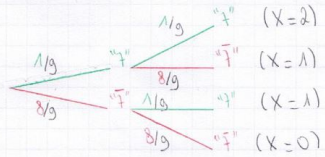
- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS
- III. Discussions

Mise sur numéro plein (7) deux fois

ARBRE simplifié :



(succès) ARBRE probas :



⇒) PROBABILITÉ de perdre sa mise = $P(X=0)$

$$= \frac{8 \times 8}{9 \times 9} = \frac{64}{81} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{8}{9} \times \frac{8}{9} = \frac{64}{81}$$

de même :

$$P(X=2) = \frac{1 \times 1}{9 \times 9} = \frac{1}{81} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{81}$$

$$P(X=1) = \frac{1 \times 8 + 8 \times 1}{9 \times 9} = \frac{2 \times 1 \times 8}{9 \times 9} \quad \longleftrightarrow \quad 2 \times \frac{1}{9} \times \frac{8}{9} = \frac{16}{81}$$



II Un parcours sur les probas

étude 3

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS

III. Discussions

On achète 40 tickets à gratter GOAL. On suppose qu'il s'agit bien d'un jeu de hasard.

- 1) Estimer à l'avance le nombre de tickets gagnants, ainsi que le gain total (et donc le coût de l'opération).
- 2) Analyser les résultats obtenus.
- 3) Peut-on mettre en doute à partir de cette expérience les chiffres indiqués par la FDJ au dos des tickets ?



Annexe : (tableau des gains et des résultats)

Gain	0	1 euro	2 euro	4 euro	10 euro	100	400	4000
Nb (sur 3 millions)	?	323 000	295 000	60 000	77 000	20	5	2
Nb (sur 40 tickets)	28	5	5	1	1	0	0	0



II Un parcours sur les probas

étude 3

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
**Parcours
PROBAS**

III. Discussions

Nom	nb de tickets gagnants	Gain total				
élève1	10	26	élève21	5	10	
élève2	10	16	élève22	3	120	
élève3	5	8	élève23	4	40	
élève4	13	20	élève24	4	10	
élève5	10	22	élève25	5	12	
élève6	10	22	élève26	12	29	
élève7	9	10	élève27	7	9	
élève8	10	15	élève28	8	10	
élève9	5	40	élève29	12	20	
élève10	10	20	élève30	8	10	
élève11	11	21	élève31	8	10	
élève12	12	20	élève32	7	25	
élève13	10	20	élève33	10	30	
élève14	10	21	élève34	10	13	
élève15	10	21	élève35	5	40	
élève16	10	40	élève36	6	26	
élève17	10	24	élève37	5	10	
élève18	5	7	élève38	5	12	
élève19	3	26	élève39	7	20	
élève20	6	10	élève40	8	22	
			moyenne	8,0	22,2	



II Un parcours sur les probas

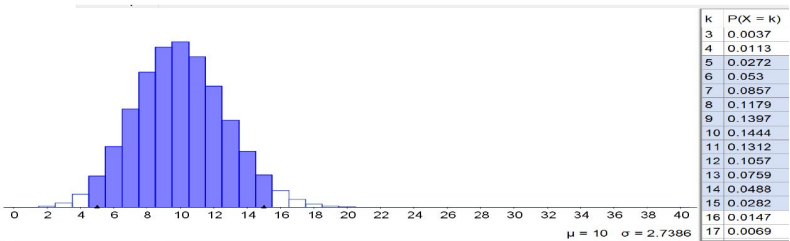
étude 3

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction Exemples
 - Parcours PROBAS
- III. Discussions

Comme environ 25% des tickets sont gagnants, on modélise le nombre de tickets gagnants sur les 40 grattés par une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $B(40;0,25)$.



Binomiale

n 40 p 0.25

$P(5 \leq X \leq 15) = 0.9577$

On en déduit que le nombre de tickets gagnant sera le plus probablement 10, (14% de chance) , ce qui correspond à l'espérance de la loi binomiale ($40 \times 0,25 = 10$).

Il y a 95% de chance que le nombre de tickets gagnant soit compris entre 5 et 15.



III Discussions et prolongement

Comment
gagner plus (ou
perdre moins)
aux jeux de la
FDJ?

Walter Mesnier
& Frédéric de
Ligt

I. Quizz

II. Parcours

Travail IREM
Construction
Exemples
Parcours
PROBAS

III. Discussions

Grattage ...

Martingales ...

FDJ=voleurs ?...

Réponses au quiz...

Merci...



III Discussions et prolongement

Réponses au quiz + morpion

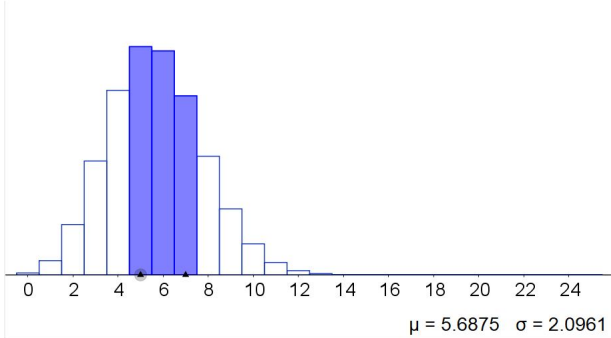
Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS
- III. Discussions

1D 2B 3C 4B 5B 6B?

Distribution Statistiques



k	P(X = k)
0	0.0016
1	0.0116
2	0.041
3	0.0926
4	0.1499
5	0.1854
6	0.182
7	0.1455
8	0.0964
9	0.0536
10	0.0253

Binomiale

n 25 p 0.2275



P(5 ≤ X ≤ 7) = 0.513



III Discussions et prolongement gain morpion

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS
- III. Discussions

Nombre de lots	Gains
3	500€
100	10€
17 000	5€
15 000	3€
53 250	2€
256 000	1€
341 353 lots / 1 500 000 tickets	495'000€ de lots distribués





III Discussions et prolongement loi morpion

Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ?

Walter Mesnier & Frédéric de Ligt

- I. Quizz
- II. Parcours
 - Travail IREM
 - Construction
 - Exemples
 - Parcours
 - PROBAS
- III. Discussions



Ticket gagnant à	Probabilités
500€	1 chance sur 500 000 (0,0002%)
10€	1 chance sur 15 000 (0,006%)
5€	1 chance sur 88 (1,1%)
3€	1 chance sur 100 (1%)
2€	1 chance sur 28 (3,5%)
1€	1 chance sur 5,85 (17%)
Ticket perdant	1 chance sur 1,29 (77,5%)