

# La population mondiale

Combien seront nous en  
deux-mille-quatre-vingts ?

C. KIRCH

S. DHERISSARD

IREM de POITIERS

20-23 octobre 2018



# But de notre travail

- Autre façon d'enseigner inspirée des travaux d'Yves Chevallard

La population mondiale

C. KIRCH

S. DHERISSARD



# But de notre travail

- Autre façon d'enseigner inspirée des travaux d'Yves Chevallard
- Inciter les élèves à se poser des questions

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD



# But de notre travail

- Autre façon d'enseigner inspirée des travaux d'Yves Chevallard
- Inciter les élèves à se poser des questions
- Montrer en quoi les connaissances enseignées sont utiles pour y répondre

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD



# But de notre travail

- Autre façon d'enseigner inspirée des travaux d'Yves Chevallard
  - Inciter les élèves à se poser des questions
  - Montrer en quoi les connaissances enseignées sont utiles pour y répondre
- ⇒ Organiser une progression à partir de « parcours »

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD



# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)



# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
- ▶ **Plan d'un parcours :**



# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
  
- ▶ **Plan d'un parcours :**
  - Enquête





# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
  
- ▶ **Plan d'un parcours :**
  - Enquête
  - Des études de recherches



# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
  
- ▶ **Plan d'un parcours :**
  - Enquête
  - Des études de recherches
  - Des synthèses



# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
  
- ▶ **Plan d'un parcours :**
  - Enquête
  - Des études de recherches
  - Des synthèses
  - Des exercices



# Un parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- ▶ Basé sur une question  
(sociétale / scientifique / historique / liée à la vie courante ...)
  
- ▶ **Plan d'un parcours :**
  - Enquête
  - Des études de recherches
  - Des synthèses
  - Des exercices
  - Un retour sur la question initiale



# Quelques exemples de Parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## 1. Comment parler du climat ? (2<sup>nde</sup>)

statistiques et fonctions



# Quelques exemples de Parcours

1. Comment parler du climat ? (2<sup>nde</sup>)

statistiques et fonctions

2. Comment fonctionnent les miroirs de la station de radioastronomie de Nançay ? (1S)

géométrie analytique et fonctions

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD



# Quelques exemples de Parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

1. Comment parler du climat ? ( $2^{\text{nde}}$ )

statistiques et fonctions

2. Comment fonctionnent les miroirs de la station de radioastronomie de Nançay ? (1S)

géométrie analytique et fonctions

3. Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ ? (1S ou 1ES ou 1STMG)

statistiques et probabilités



# Quelques exemples de Parcours

1. Comment parler du climat ? (2<sup>nde</sup>)

statistiques et fonctions

2. Comment fonctionnent les miroirs de la station de radioastronomie de Nançay ? (1S)

géométrie analytique et fonctions

3. Comment gagner plus (ou perdre moins) aux jeux de la FDJ ? (1S ou 1ES ou 1STMG)

statistiques et probabilités

4. Comment fonctionne l'application pour smart-phone Shazam ? (TS)

fonctions trigonométriques

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD





# Un nouveau parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

Combien seront nous en  
deux-mille-quatre-vingts ?



# Un nouveau parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

Combien seront nous en  
deux-mille-quatre-vingts ?

## Parcours expérimenté

- en 1S (en entier),
- en 1ES (un peu allégé dans la seconde partie)
- et en 1 STMG (allégé dans la seconde partie mais plus important dans la première)



# Plan du parcours

- Comment évolue la population mondiale ?

Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD



# Plan du parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- Comment évolue la population mondiale?  
Enquête des élèves
- Étude 1 : Le monde en 100 habitants  
Travail sur les proportions



# Plan du parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- Comment évolue la population mondiale ?  
Enquête des élèves
- Étude 1 : Le monde en 100 habitants  
Travail sur les proportions
- Étude 2 : Combien la Terre comptera-t-elle d'habitants demain ? (INED)  
Travail sur les évolutions



# Plan du parcours

- Comment évolue la population mondiale ?  
Enquête des élèves
- Étude 1 : Le monde en 100 habitants  
Travail sur les proportions
- Étude 2 : Combien la Terre comptera-t-elle d'habitants demain ? (INED)  
Travail sur les évolutions
- Étude 3 : Texte de Malthus  
Travail sur les suites

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD



# Plan du parcours

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

- Comment évolue la population mondiale ?  
Enquête des élèves
- Étude 1 : Le monde en 100 habitants  
Travail sur les proportions
- Étude 2 : Combien la Terre comptera-t-elle d'habitants demain ? (INED)  
Travail sur les évolutions
- Étude 3 : Texte de Malthus  
Travail sur les suites
- Étude 4 : Article sur Verhulst  
Etude d'une suite



# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## M Planète

PLANÈTE

Climat

Énergies

Ressources naturelles

Biodiversité

Population

### **Onze milliards de terriens en 2100, dont 3 milliards auront plus de 60 ans**

Le Monde.fr avec AFP | 13.06.2013 à 20h55 • Mis à jour le 13.06.2013 à 20h55





# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Biodiversité

PLANÈTE

BIODIVERSITÉ

EDITION  
ABONNÉS



ARTICLE SÉLECTIONNÉ DANS LA MATINALE DU 18/10/2017 > [Découvrir l'application](#)

### **En trente ans, près de 80 % des insectes auraient disparu en Europe**

Ce déclin catastrophique est dû à l'intensification des pratiques agricoles et au recours aux pesticides. Il menace la chaîne alimentaire.

LE MONDE | 18.10.2017 à 20h01 • Mis à jour le 19.10.2017 à 07h56 |

Par Stéphane Foucart



# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population actuellement dans le monde ?

People living on Earth  
**7,638,267,026**

All on this page, one by one

[watch as we increase](#)

<http://www.worldometers.info/watch/world-population/>



# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population actuellement dans le monde ?



<http://www.worldometers.info/watch/world-population/>

Mais comment est-ce évalué ?



# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population actuellement dans le monde ?

Population mondiale actuelle

**7 638 267 138**

AUJOURD'HUI

Naissances aujourd'hui

**166 933**

Décès aujourd'hui

**69 142**

Croissance aujourd'hui

**97 791**

CETTE ANNÉE

Naissances cette année

**79 249 106**

Décès cette année

**32 824 369**

Croissance cette année

**46 424 736**

<http://www.worldometers.info/fr/population-mondiale/>



# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population actuellement dans le monde ?

Population mondiale actuelle

**7 638 267 138**

AUJOURD'HUI

Naissances aujourd'hui

**166 933**

Décès aujourd'hui

**69 142**

Croissance aujourd'hui

**97 791**

CETTE ANNÉE

Naissances cette année

**79 249 106**

Décès cette année

**32 824 369**

Croissance cette année

**46 424 736**

<http://www.worldometers.info/fr/population-mondiale/>

**Mais comment est-ce évalué ?**

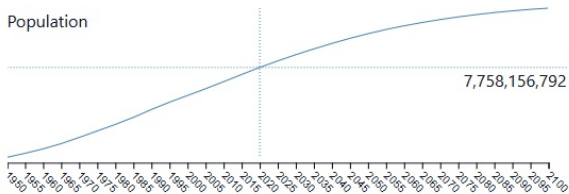


# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population en 2080 dans le monde ?



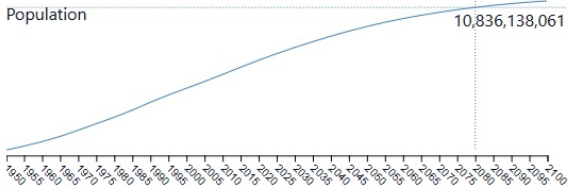
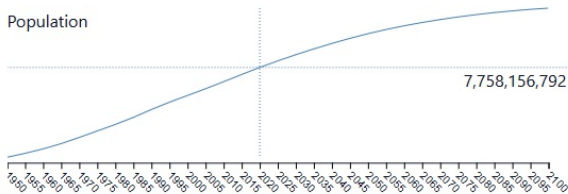


# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population en 2080 dans le monde ?



<https://www.populationpyramid.net/world/2080/>

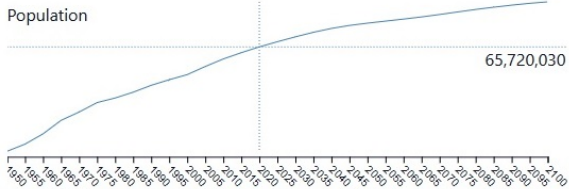


# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population en 2080 en France ?





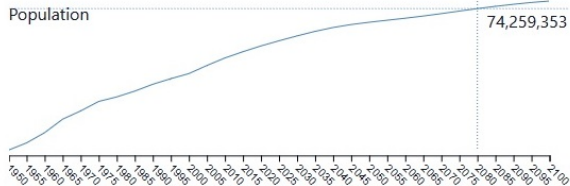
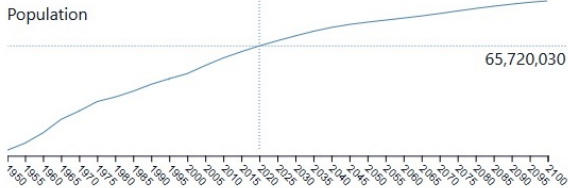


# Enquête des élèves

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population en 2080 en France ?



<https://www.populationpyramid.net/world/2080/>

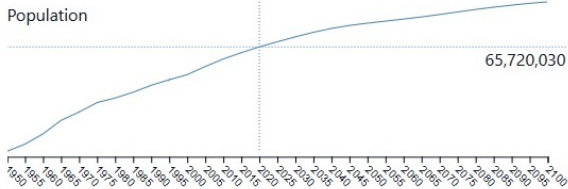


# Enquête des élèves

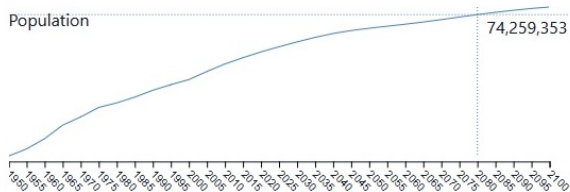
La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Quelle population en 2080 en France ?



Mais comment est-ce calculé ?



<https://www.populationpyramid.net/world/2080/>



# Étude 1 : Le monde en 100 habitants

La population mondiale

C. KIRCH

S. DHERISSARD

## Vidéo 1 : le monde en 100 habitants





# Étude 1 : Le monde en 100 habitants

La population mondiale

C. KIRCH

S. DHERISSARD

## Vidéo 1 : le monde en 100 habitants



Travail sur les proportions



# Étude 1 : Le monde en 100 habitants

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Savoir-faire mathématiques

- Calculer une proportion
- Calculer l'effectif d'une population connaissant une proportion
- Utiliser le tableur pour automatiser des calculs
- Lire des graphiques statistiques (médias)



# Étude 2 : Combien la Terre comptera-t-elle d'habitants demain ?

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Video 2 de l'INED

The screenshot shows a web browser window displaying the INED website. The page title is "LA POPULATION MONDIALE". The main content area is teal and contains the following text:

Nous étions 7 milliards d'habitants sur Terre en 2011, et serons 8 milliards en 2022 ou 2023.

Pourquoi la population mondiale augmente-t-elle rapidement ? Combien serons-nous demain ?

Below the text is a list of five numbered items:

- 1 La croissance démographique rapide
- 2 Évolution de la population mondiale
- 3 L'équilibre démographique ancien
- 4 La transition démographique
- 5 La population mondiale à long terme

At the bottom left of the teal box, it says "Crédits : Conception - Gilles Pison, Illustration - Opasdo". To the right of the text is a large illustration of a globe with a diverse group of people of various ages and ethnicities standing in front of it. The browser's address bar shows the URL "http://www.ined.fr/fr/actualites/population/jeux/la-population-mondiale".



# Étude 2 : Combien la Terre comptera-t-elle d'habitants demain ?

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Video 2 de l'INED

The screenshot shows a web browser displaying the INED website. The page title is "LA POPULATION MONDIALE". The main text reads: "Nous étions 7 milliards d'habitants sur Terre en 2011, et serons 8 milliards en 2022 ou 2023. Pourquoi la population mondiale augmente-t-elle rapidement ? Combien serons-nous demain ?". Below this text is a list of five numbered items:

- 1 La croissance démographique rapide
- 2 Évolution de la population mondiale
- 3 L'équilibre démographique ancien
- 4 La transition démographique
- 5 La population mondiale à long terme

At the bottom left, it says "Crédits: Conception - Gilles Pison, Illustration - Opasido". On the right side of the page, there is a large illustration of a globe and a diverse group of people of various ages and ethnicities.

Travail sur les évolutions



# Étude 2 : Combien la Terre comptera-t-elle d'habitants demain ?

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Savoir-faire mathématiques :

- Calculer un taux d'évolution
- Calculer l'effectif d'une population après une évolution
- Utiliser le tableur pour automatiser des calculs
- Travailler sur des évolutions successives
- Expliquer la diminution de la croissance (sur une courbe, dans un texte...)





## Etude 3 : Texte de Malthus

La population  
mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

### Extraits du livre de Thomas-Robert Malthus Essai sur le principe de population (1798)

#### Questions posées aux élèves :

1. Lire attentivement le texte suivant et résumer, en quelques mots, les parties suivantes :
  - lignes 5 à 23
  - lignes 25 à 43
  - lignes 45 à 60
  - lignes 62 à la fin
2. Expliquer l'expression ***progression géométrique*** à la ligne 43.
3. Comment interpréter ***progression arithmétique*** à la ligne 69 ?
4. Expliquer les calculs lignes 79 à 82.



# Etude 3 : Texte de Malthus

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Extraits du livre de Thomas-Robert Malthus Essai sur le principe de population (1798)

Lignes 38 à 44 :

Selon la table d'Euler, si l'on se base sur une mortalité de 1 sur 36 et si naissances et morts sont dans le rapport de 3 à 1, le chiffre de la population doublera en 12 années et  $4/5$ . Ce n'est point là une simple supposition : c'est une réalité qui s'est produite plusieurs fois, et à de courts intervalles. Cependant, pour ne pas être taxé d'exagération, nous nous baserons sur l'accroissement le moins rapide, qui est garanti par la concordance de tous les témoignages. **Nous pouvons être certains que lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle double tous les vingt-cinq ans, et croît ainsi de période en période selon une progression géométrique.**



## Etude 3 : Texte de Malthus

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

### Extraits du livre de Thomas-Robert Malthus Essai sur le principe de population (1798)

Lignes 62 à 69 :

Chaque période de vingt-cinq ans ajoute à la production annuelle de la Grande-Bretagne une quantité égale à sa production actuelle. Appliquons cette supposition à toute la terre : ainsi, à la fin de chaque période de vingt-cinq ans, une quantité de nourriture égale à celle que fournit actuellement la surface du globe viendra s'ajouter à celle qu'elle fournissait au commencement de la même période.

**Nous sommes donc en état d'affirmer, en partant de l'état actuel de la terre habitable, que les moyens de subsistance, dans les circonstances les plus favorables à la production, ne peuvent jamais augmenter à un rythme plus rapide que celui qui résulte d'une progression arithmétique.**



# Etude 3 : Texte de Malthus

La population  
mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Extraits du livre de Thomas-Robert Malthus Essai sur le principe de population (1798)

**Lignes 79 à 82 :**

La race humaine croîtra selon la progression 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256...  
tandis que les moyens de subsistance croîtront selon la progression 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,  
8, 9. Au bout de deux siècles, population et moyens de subsistance seront dans le  
rapport de 256 à 9 ;



## Etude 3 : Texte de Malthus

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

### Extraits du livre de Thomas-Robert Malthus Essai sur le principe de population (1798)

**Lignes 79 à 82 :**

La race humaine croîtra selon la progression 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256...  
tandis que les moyens de subsistance croîtront selon la progression 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Au bout de deux siècles, population et moyens de subsistance seront dans le rapport de 256 à 9 ;

Progressions arithmétiques et géométriques



# Étude 3 : Texte de Malthus

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Savoir-faire mathématiques :

- Modéliser une situation par une suite arithmétique ou géométrique
- Calculer les termes d'une suite arithmétique ou géométrique
- Utiliser un tableur pour représenter une suite
- Expliquer ce qu'est un modèle : une image abstraite et simplifiée d'une situation réelle.
- Valider ou invalider un modèle

**Modèle de Malthus :**  $\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n} = k$  ou  $u_{n+1} = (1 + k)u_n$



## Etude 4 : Article sur Verhulst

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

Pierre François Verhulst (mathématicien belge 1804 – 1849) considère que si la population peut se développer sans contrainte conformément au modèle de Malthus pendant une courte période d'« explosion démographique », les ressources ne sont pas inépuisables ; la croissance de la population sera ensuite freinée et limitée.

1) Discussions sur les arguments



# Etude 4 : Article sur Verhulst

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

**Modèle de Malthus** : La population des Etats-Unis depuis 1800 (en millions d'habitants)

Année	1800	1810	1820	1830	1840	1850	1860	1870	1880	1890	1900
Popu	5,31	7,24	9,64	12,87	17,07	23,19	31,44	38,56	50,19	62,98	76,21
Année	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Popu	92,23	106,02	123,2	132,59	152,27	180,67	205,5	227,73	249,97	282,41	310,06

2) Validation (ou pas) du modèle de Malthus ?

Domaine de validité de ce modèle ?

Avec quel coefficient  $k$  ?

Travail sur tableur





# Etude 4 : Article sur Verhulst

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Modèle de Verhulst :

Verhulst va tester plusieurs modèles dont le plus simple consiste à rajouter un facteur retardateur du type  $a(u_n - b)$  à la modélisation de Malthus.

$b$  : population obtenue au moment du « décrochage » de la formule de Malthus

$a$  : réel positif appelé coefficient retardateur.

### 3) Étude du modèle de Verhulst ? Recherche des coefficients

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n} = k - a(u_n - b)$$

ou encore

$$u_{n+1} = (1 + k + ab)u_n - au_n^2$$

Travail sur tableur



## Étude 4 :

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

### **Savoir-faire mathématiques :**

- Travail sur tableur (recherche d'un coefficient)
- Choisir un modèle
- Comparaison de modèles
- Variation d'une suite
- Limite d'une suite



# Exemple d'exercice

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

On pose  $v_0 = a$  et  $v_{n+1} = qv_n(1 - v_n)$  où  $v_0$  est compris entre 0 et 1 et  $q$  compris entre 0 et 4.

1. On pose  $v_0 = 0,2$  et  $q = 1$ .
  - a) Calculer à l'aide de la calculatrice et du tableur les 5 premiers termes de la suite.
  - b) Vérifier que la suite n'est ni géométrique ni arithmétique.
  - c) Conjecturer le comportement de la suite quand  $n$  devient très grand.
2. Reprendre le même exercice avec  $v_0 = 0,2$  et  $q = 2$  puis avec  $v_0 = 0,2$  et  $q = 3$ .
3. Comment interpréter cela en termes de population.



# Exemple d'exercice

La population mondiale

C. KIRCH

S. DHERISSARD

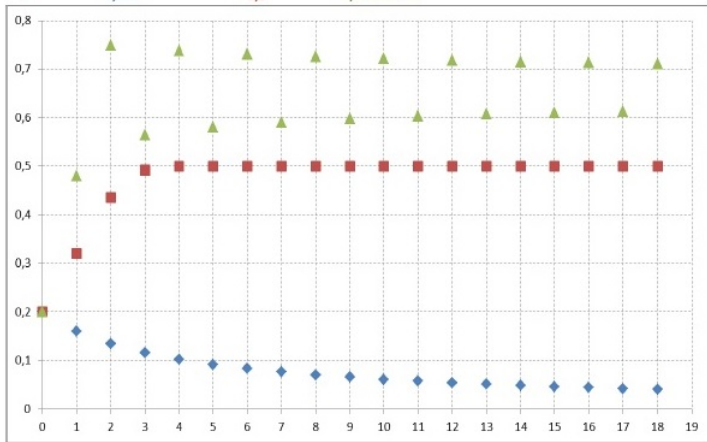
Solution	Vn pour q = 1	Vn pour q = 2	Vn pour q = 3
0	0,2	0,2	0,2
1	0,160	0,32	0,48
2	0,134	0,4352	0,7488
3	0,116	0,49160192	0,56429568
4	0,103	0,499858945	0,737598197
5	0,092	0,49999996	0,580641291
6	0,084	0,5	0,730490947
7	0,077	0,5	0,590621771

# Exemple d'exercice

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

Solution	Vn pour q = 1	Vn pour q = 2	Vn pour q = 3
0	0,2	0,2	0,2
1	0,160	0,32	0,48
2	0,134	0,4352	0,7488
3	0,112	0,5248	0,864





# Prolongements possibles

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

« les mathématiques sont une science, une construction intellectuelle destinée à décrire le monde, à comprendre le monde et à agir sur lui. »

Villani



# Prolongements possibles

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

« les mathématiques sont une science, une construction intellectuelle destinée à décrire le monde, à comprendre le monde et à agir sur lui. »

Villani

Le sujet de la population mondiale illustre particulièrement bien cette citation. Les mathématiques aident en effet à comprendre les modèles.



# Prolongements possibles

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

« les mathématiques sont une science, une construction intellectuelle destinée à décrire le monde, à comprendre le monde et à agir sur lui. »

Villani

Le sujet de la population mondiale illustre particulièrement bien cette citation. Les mathématiques aident en effet à comprendre les modèles.

Mais d'autres sciences peuvent revendiquer une telle caractérisation, en particulier sur ce sujet.





# Prolongements possibles

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

Biologie, Economie, Histoire... figurent parmi les disciplines naturellement convoquées pour comprendre les contextes, les contraintes et les raisons pour lesquelles les populations d'humains et d'animaux évoluent ;

## **SES et Histoire :**

Le malthusianisme, l'eugénisme

## **Informatique :**

Traitement des données,  
Simulation des modèles prédictifs.

Le sujet de l'évolution des populations est donc naturellement interdisciplinaire.



# Conclusion

La population mondiale

C. KIRCH  
S. DHERISSARD

## Intérêt dans un parcours (comme celui la)

- de se poser des questions et d'essayer d'y répondre
- de comprendre l'intérêt des notions mathématiques travaillées
  - ce qu'est un modèle ?
  - comment il peut être choisi, validé ou invalidé ?
  - qu'il peut s'appliquer à des situations *a priori* éloignées de celle pour lequel il est né.
  - proportions/évolutions/suites . . .
- de l'enjeu d'une formation scientifique pour le citoyen